Tematy finału konkursu „Bieg po indeks”
organizowanego przez Politechnikę Koszalińską
Edycja 2012

Z poniższego zestawu 15 zadań należy wybrać dowolnych 5 zadań. Każde z wybranych zadań uczestnik konkursu rozwiązuje na odrębnej kartce wpisując w jej nagłówku imię i nazwisko oraz numer rozwiązywanego zadania. W rozwiązaniach zadań należy przedstawić tok rozumowania i obliczenia prowadzące do ostatecznego wyniku oraz ewentualne rysunki.

Ocenie przez komisję konkursową podlegać będzie tylko ta piątka zadań, która została zadeklarowana do sprawdzenia w ankiecie, jaką uczestnik otrzymał podczas trwania finału konkursu. Każde z wybranych zadań ocenione zostanie w skali 0 – 20 punktów. Maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia – 100.

O kolejności na liście laureatów, obejmującej 30 nazwisk, decydować będzie liczba zdobytych punktów. Pod uwagę będą brani tylko ci uczestnicy finału, którzy uzyskali co najmniej 50 punktów.

Czas trwania finału - 120 minut

Zadania z fizyki

Zadanie 1.

Betonowa konstrukcja o masie 300 t spoczywa na czterech filarach o średnicy 30 cm.

a) (6 pkt.) Jakie wartości naprężeń występują w filarach?

b) (6 pkt.) Jak zmieniłyby się te naprężenia, gdyby wszystkie wymiary całej konstrukcję, łącznie z filarami, powiększyć dwukrotnie?

c) (8 pkt.) Jaką średnicę musiałyby mieć filary, aby naprężenia nie zmieniły się?

Zadanie 2.

Wyobraźmy sobie, że pojazd o całkowitej masie 30 kg, poruszający się po poziomej powierzchni bez tarcia, rozpędzany jest przez wystrzeliwanie z prędkością 800 m/s pocisków o masie 30 g.

a) (8 pkt.) Jaką prędkość uzyska pojazd po wystrzeleniu pięciu pocisków?

b) (12 pkt.) Wyprowadź ogólną formułę na prędkość końcową po wystrzeleniu n pocisków z prędkością v.

Zadanie 3.

Wyobraźmy sobie zbiornik szczelnie wypełniony wodą, w którym zanurzona jest pingpongowa piłeczka, którą utrzymuje przed wypływaniem nitka przymocowana do dna.
Cały zbiornik porusza się poziomo z przyspieszeniem 3 m/s^2.

a) (10 pkt.) Jaki będzie kąt odchylenia nici od pionu?

b) (10 pkt.) Jaki byłby ten kąt, gdyby doświadczenie wykonać na Księżycu (ciążenie sześciokrotnie mniejsze)? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 4.

Gumową piłeczkę upuszczamy z wysokości dwóch metrów na powierzchnię tak, że uzyskana energia kinetyczna jest równa połowie energii przed odbiciem. Załóż, że ruch jest idealnie pionowy.
a) (7 pkt.) Oblicz całkowitą odległość, jaką pokona piłeczka do zatrzymania się. Wynik podaj z dokładnością do dwóch miejsc znaczących.
b) (13 pkt.) Wykonaj wykres zależności prędkości maksymalnej od numeru odbicia.

Zadanie 5.

Drabina o długości $l = 3$ m i masie $m = 15$ kg przewraca się swobodnie od pozycji pionowej.
a) (8 pkt.) Z jaką prędkością nastąpi uderzenie końcówki drabiny o ziemię?
b) (12 pkt.) Wykreśl zależność prędkości końca drabiny od kąta jej nachylenia do podłoża.
Uwaga: Moment bezwładności drabiny to $ml^2/3$.

Zadania z informatyki

Zadanie 6.

Dla zabawy Piotrek dzielił na kalkulatorze liczby czterocyfrowe przez sumę składających się nań cyfr, na przykład 2136/(2+1+3+6) i, porównując rezultaty uzyskane dla różnych liczb, próbował wyznaczyć minimalny i maksymalny iloraz ze zbioru liczb dziesiętnych czterocyfrowych. Napisz program, który pomoże Piotrkowi w jego badaniach.

Zadanie 7.

Sekwencję DNA można przedstawić jako słowo zapisane w alfabecie, który zawiera tylko cztery litery {A, C, G, T}. Genom ludzki, który jest reprezentowany przez całą sekwencję DNA, składa się z około 3 miliardów takich liter. Jaka powinna być minimalna pojemność nośnika pamięci, aby można było na nim zapisać tekst kodu genetycznego bez kompresji?

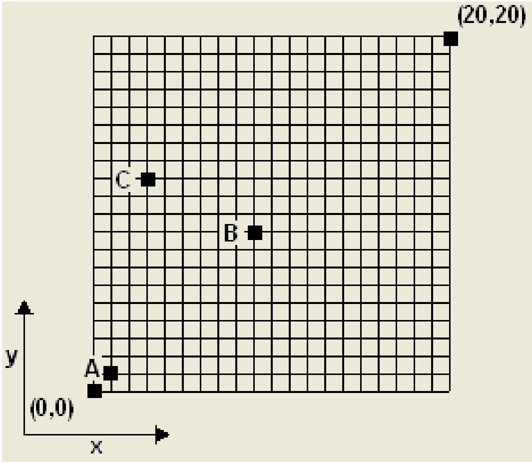
Zadanie 8.

W systemie GPS, aby uzyskać dokładne położenie geograficzne, potrzebne są informacje z minimum trzech satelitów. Załóżmy, że dysponujemy siatką dwuwymiarową, którą nakładamy na mapę (patrz rysunek 1). Numeracja współrzędnych siatki w kierunku „x" (podziałka pozioma) oraz kierunku „y" (podziałka pionowa) rozpoczyna się od wartości 0, a kończy na wartości 20. Lewy dolny róg siatki posiada współrzędne (x, y) = (0, 0). Prawy górny róg posiada współrzędne (x, y) = (20, 20). Odległość na siatce pomiędzy sąsiednimi liniami poziomymi i liniami pionowymi wynosi 1 km. Odbiornik GPS, który Grzegorz ma w telefonie komórkowym, odebrał sygnały z trzech satelitów o swojej lokalizacji:

- Sygnał 1: Znajdujesz się w odległości 6 km od miasta A;
- Sygnał 2: Znajdujesz się w odległości 7 km od miasta B;
- Sygnał 3: Znajdujesz się w odległości 10,25 km ± 0,5 km od miasta C.

Lokalizacje miast na nałożonej siatce są następujące:
miasto A (x = 1, y = 1), miasto B (x = 9, y = 9), miasto C (x = 3, y = 12).

Oblicz współrzędne punktu (x, y), w którym aktualnie znajduje się Grzegorz.

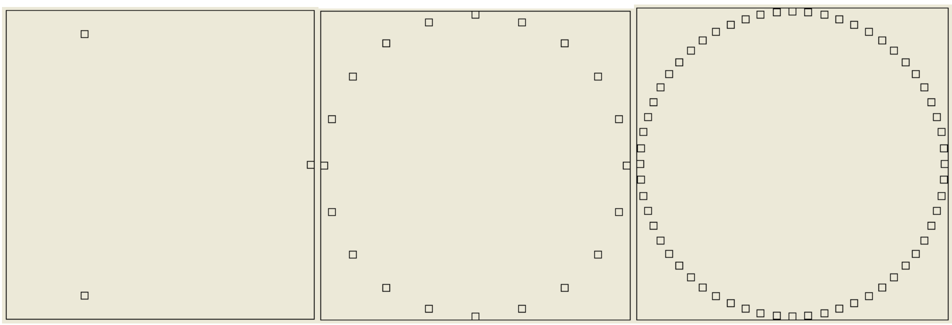


Rysunek 1 – Siatka dwuwymiarowa, którą nałożono na mapę z zaznaczonymi miastami: A, B, C.

Zadanie 9.

Załóżmy, że w pewnym trybie graficznym na ekranie komputera przy użyciu polecenia *Rectangle(10,10,410,410)* został narysowany kwadrat. Napisz fragment programu w języku Pascal, który do wnętrza narysowanego kwadratu wpisze okrąg złożony z *N* równomiernie rozłożonych kwadratów o rozmiarze boku równym 10 pikseli. Wartość *N* powinna być podawana przez użytkownika.

Uwaga: Mniejsze kwadraty z utworzonego okręgu nie powinny wychodzić poza duży kwadrat. Dla przykładu na poniższym rysunku przedstawiono efekt działania programu dla *N*=3 (a), *N*=20 (b), *N*=60 (c).



(a) (b) (c)

Zadanie 10.

Na rysunku schematycznie przedstawiono układ budynków Politechniki Koszalińskiej, jakie znajdą się przy ulicy Śniadeckich. Proszę opracować kod HTML wykorzystując znaczniki <table>, <tr> <td> oraz atrybuty colspan, rowspan, border i style (text-align), aby uzyskać podobny schemat w przeglądarce internetowej.

<table>
<tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr>
<tr><td>D</td><td rowspan="3">Trawnik</td><td>E</td></tr>
<tr><td>G</td><td>F</td></tr>
<tr><td>H</td><td>I</td></tr>
<tr><td colspan="3">Biblioteka</td></tr>
<tr><td colspan="3">Hala</td></tr>
</table>

Zadania z matematyki

Zadanie 11.

Znaleźć wszystkie wartości parametru a, dla których parabola $y = x^2 - 3x + 3a$ i prosta $y = x + 2 + 2|a - 2|$ nie mają punktów wspólnych.

Zadanie 12.

Wielomian zdefiniowany wzorem $W(x) = x^4 + x^3 + ax^2 - 3x + 36$, gdzie a oznacza parametr, dzieli się bez reszty przez dwumian $x - \sqrt{3}$. Wyznaczyć przedziały, w których wielomian ten przyjmuje wartości ujemne.

Zadanie 13.

Obwód trójkąta prostokątnego jest równy 60. Długości boków tworzą ciąg arytmetyczny. Obliczyć długość wysokości i długość środkowej poprowadzonych z wierzchołka kąta prostego do przeciwprostokątnej.

Zadanie 14.

Obliczyć sumę stu najmniejszych dodatnich pierwiastków równania: $1 + \cos x + \cos 2x = 0$.

Zadanie 15.

Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi $S = 18\sqrt{2}$. Wysokości dwóch sąsiednich ścian bocznych poprowadzone z wierzchołka tego ostrosłupa tworzą kąt $\alpha = 60^0$. Obliczyć objętość ostrosłupa.